Vakuum (VAK)

Themengebiet: Mechanik

1 Literatur

- D. Meschede, *Gerthsen Physik*, Springer, Berlin
- M. Wutz, H. Adam, W. Walcher, *Theorie und Praxis der Vakuumtechnik*, Vieweg

2 Grundlagen

Historisch gesehen bezeichnet der Begriff *Vakuum* einen absolut leeren Raum. Ein Zustand, der aber nicht zu realisieren ist. Es ist lediglich möglich, die Dichte der Gasteilchen in einem Volumen reduzieren, wobei auch der Druck des Gases geringer wird. In diesem Praktikumsversuch sollen einige einfache Vakuumtechniken demonstriert und dabei die Eigenschaften von idealen Gasen untersucht werden. Luft verhält sich bei den hier interessierenden Drücken näherungsweise wie ein ideales Gas.

2.1 Eigenschaften eines idealen Gases

Als *ideal* bezeichnet man ein Gas, wenn man seine Teilchen als Kugeln betrachten kann, die außer durch elastische Stöße nicht miteinander wechselwirken. Die Größen Druck p [Pa], dem Volumen V [m^3] und Temperatur T [K] sind dann über die *Zustandsgleichung idealer Gase* (auch *ideale Gasgleichung*)

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k_\mathrm{B} \cdot T \tag{1}$$

miteinander verknüpft, wobei der Stoffmenge n [mol] die Stoffmenge, N [1] die Teilchenzahl, R die universelle Gaskonstante und $k_\mathrm{B} = 1,380649 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$ die Boltzmann-Konstante sind.

Ein Mol eines beliebigen Stoffes enthält stets $6,02214076 \cdot 10^{23}$ Teilchen. Dies drückt sich in der *Avogadro-Konstante* $N_\mathrm{A} = 6,02214076 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\mathrm{mol}}$ aus. Zwischen der universellen Gaskonstante und der Boltzmann-Konstanten gilt der Zusammenhang $R = N_\mathrm{A} \cdot k_\mathrm{B} = 8,314462618\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$.

Das *molare Volumen* V_m $[\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{mol}}]$ errechnet sich mit der Gleichung 1 für $n = 1\mathrm{mol}$ zu

$$V_\mathrm{m} = \frac{R \cdot T}{p}. \tag{2}$$

Das molare Volumen bei *Normbedingungen* ($T = 273,15$ K und $p = 1013,25$ hPa) heißt *molares Normvolumen* und beträgt $(V_\mathrm{m})_\mathrm{n} \approx 22,4\ \mathrm{dm}^3$.

2.1.1 Grundgleichung der kinetischen Gastheorie

Im Gas fliegen die Teilchen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten in verschiedene Richtungen. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass alle Moleküle die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v} = \sqrt{\bar{v^2}}$ haben. Man kann zeigen, dass die Moleküle auf die Wände den Druck

$$p = \frac{1}{3} \rho \cdot m \cdot \bar{v^2} \tag{3}$$

ausüben. Durch Vergleich mit der idealen Gasgleichung (1) folgt

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot \bar{v^2} = \frac{3}{2} k_{\mathrm{B}} \cdot T. \tag{4}$$

Die mittlere kinetische Energie eines Moleküls ist also der Temperatur proportional.

2.1.2 Mittlere freie Weglänge

Die Gasteilchen kollidieren sowohl mit den Behälterwänden als auch mit anderen Teilchen. Die Strecke, die ein Teilchen im Mittel zurücklegt, bevor es mit einem anderen zusammenstößt, heißt *mittlere freie Weglänge* λ. Aus der Gaskinetik folgt

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{32}\rho F}. \tag{5}$$

Dabei ist F der Querschnitt eines Moleküls. λ ist demnach der Teilchendichte ρ, und somit dem Druck, umgekehrt proportional.

2.1.3 Wärmeleitung

Der Wärmestrom P zwischen zwei Platten, die sich in Materie, z.B. in einem Gas befinden, ist dem Temperaturunterschied ΔT und der Wärmeleitungskonstanten κ des Gases proportional

$$P \propto \kappa \cdot \Delta T. \tag{6}$$

Aus der kinetischen Gastheorie folgt für nicht zu kleine Drücke

$$\kappa = \frac{1}{2} \lambda \cdot \rho \cdot k_{\mathrm{B}} \cdot \bar{v}. \tag{7}$$

Aus Gleichung (5) folgt $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$, d.h. κ ist unabhängig von der Gasdichte. Bei kleinen Drücken wird λ aber so groß wie oder größer als der Abstand zwischen den Platten und damit unabhängig von der Gasdichte. Dann gilt

$$\kappa \propto \rho. \tag{8}$$

Diese Eigenschaft wird beim Wärmeleitungsmanometer (Piranimanometer, siehe Kap. 2.5.1) ausgenutzt.

2.1.4 Viskosität eines idealen Gases

Für die Viskosität eines idealen Gases gilt

$$\eta = \frac{1}{3} \lambda \cdot \rho \cdot m \cdot \bar{v}. \tag{9}$$

Hier gilt, genau wie bei der Wärmeleitfähigkeit, dass die Viskosität η von Gasen bei Drücken über etwa 1 hPa von der Dichte unabhängig ist. Wird jedoch λ vergleichbar mit äußeren Abmessungen, dann gilt

$$\eta \propto \rho. \tag{10}$$

2.1.5 Druckmessung

Die direkte Methode Druck zu messen ist es, die Kraft zu messen, die das Gas auf eine Fläche ausübt. Die Anzeige des Druckmessgerätes ist dabei unabhängig von der verwendeten Gasart. Beispiele hierfür sind das Quecksilbermanometer oder das Membran-Manometer. Die Kraft auf die Membran lässt sich dabei z.B. über eine Kapazitätsänderung bestimmen. Andere Vakuummessverfahren, wie das Wärmeleitungsmanometer (Piranimanometer), Kaltkathoden- und Ionisationsmanometer beruhen auf indirekten Verfahren und müssen zuerst kalibriert werden.

2.2 Druckbereiche

Es ist üblich, die erreichbaren Vakua in verschiedene Bereiche einzuteilen. Die Einteilung erfolgt dabei nach den bei den jeweiligen Drücken herrschenden Eigenschaften eines Gases, bzw. nach den zur Vakuumerzeugung nötigen Techniken.

Nurmaldruck
$p = 1013,25$ hPa; $\frac{n}{V} = 2,7 \cdot 10^{19}\ \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}$; $\lambda = 68$ nm

Grobvakuum:
$p = 1 - 1000$ hPa; $\frac{n}{V} = 10^{16} - 10^{19}\ \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}$; $\lambda < 100\ \mu$m
(Viskose Strömung, Mechanische Pumpen, Wasserstrahlpumpen)

Feinvakuum: (z.B. Vorvakuum einer Hochvakuumpumpe, s. unten)
$p = 10^{-3} - 1$ hPa; $\frac{n}{V} = 10^{13} - 10^{16}\ \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}$; $\lambda = 100\ \mu\text{m} - 10$ cm
(Übergang zur Molekularströmung, Drehschieberpumpen, Rootspumpen)

Hochvakuum:
$p = 10^{-7} - 10^{-3}$ hPa; $\frac{n}{V} = 10^{9} - 10^{13}\ \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}$; $\lambda = 10\ \text{cm} - 1$ km
(Molekularströmung, Diffusionspumpen, Turbomolekularpumpen)

Ultrahochvakuum:
$p < 10^{-7}$ hPa; $\frac{n}{V} < 10^{9}\ \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^3}$; $\lambda > 1$ km
(Moleküle sind überwiegend an Oberflächen absorbiert. Ionengetterpumpen, Kryopumpen, Verdampferpumpen; Metalldichtungen; Ausheizen nötig)

2.3 Vakuumtechnische Begriffe

Eine Vakuumapparatur besteht üblicherweise aus dem zu evakuierenden Behälter (dem so genannten *Rezipienten*) mit Volumen V und einer Pumpe. Beim Aufbau ist zu beachten, dass das Saugvermögen S der Pumpe (siehe unten) ausreicht, um den Behälter in akzeptabler Zeit zu evakuieren. Dabei muss unbedingt beachtet werden, dass das Saugvermögen nicht durch zu geringe Leitwerte L von Rohrleitungen zwischen Pumpe und Rezipient reduziert wird. Der erreichbare Enddruck wird letztlich durch Lecks und Gasabgabe von den Wänden des Behälters und dem Saugvermögen der Pumpe begrenzt.
In diesem Praktikumsversuch steht Ihnen eine Drehschieberpumpe zur Verfügung. In deren zylindrischem Gehäuse bewegt sich ein exzentrisch aufgehängter Rotor. Federn drücken ölgedichtete Schieber gegen die Zylinderwände und schieben die abgesaugte Luft vor sich her (siehe Abbildung 1).

Durch die zweistufige Konstruktion mit zwei Rotoren wird ein besseres Endvakuum erreicht. Es liegt üblicherweise bei 10^{-3} hPa und niedriger.

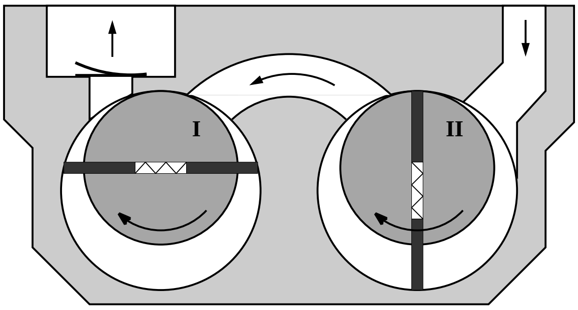

Abbildung 1: Drehschieberpumpe im Schnitt (Prinzip)

Die Saugleistung Q_p einer Pumpe ist definiert durch $Q_\mathrm{p} = \frac{d(p\cdot V)}{dt}$. Bei den meisten Pumpen, so auch bei Drehschieberpumpen, ist Q_p über einen weiten Druckbereich dem Druck proportional,

$$Q_\mathrm{p} = S \cdot p \tag{11}$$

Man nennt S das Saugvermögen. Beim Auspumpen eines Behälters mit Volumen V gilt also

$$\frac{d(p\cdot V)}{dt} = -S \cdot p, \tag{12}$$

und für den Fall, dass $V = \mathrm{const.}$

$$V\frac{dp}{dt} = -S \cdot p. \tag{13}$$

Mit dieser Formel lassen sich die Auspumpzeiten berechnen.
In der Praxis kann man allerdings nie das volle Saugvermögen ausnützen, weil kleine Leitwerte von Rohren, Engstellen usw. es begrenzen. Für das effektive Saugvermögen S_eff gilt

$$\frac{1}{S_\mathrm{eff}} = \frac{1}{S} + \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots, \tag{14}$$

wobei $L_{1,2,3,\dots}$ die Leitwerte der hintereinandergeschalteten Verbindungsstücke sind. Für den Fall, dass S_eff für den gesamten Druckbereich konstant ist, folgt aus Gleichung (13) durch Integration

$$p(t) = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{S_\mathrm{eff}}{V}\cdot t\right). \tag{15}$$

Im allgemeinen ist S_eff jedoch nicht konstant, da die Leitwerte für viskose Strömung vom Druck abhängen. Gleichung (15) lässt sich dennoch anwenden, wenn man nur einen kleinen Bereich betrachtet, in dem S_eff als konstant angenommen werden kann. Für p_0 muss man dann den Druck in diesem Bereich ansetzen.

2.4 Gasströmung und Leitwerte

Das Verhalten des strömenden Gases in Rohren ist ganz wesentlich für den Betrieb von Vakuumanlagen. Bei hohen Drücken kann man das Gas als zähes Medium betrachten und das Hagen-Poiseuillesche Gesetz anwenden. Da ein Gas kompressibel ist, gilt über kurze Rohrstücke mit der Länge dx, über welche die Volumenänderung zu vernachlässigen ist

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi\cdot d^4}{128\cdot\eta}\cdot\frac{dp}{dx}, \tag{16}$$

wobei d der Rohrdurchmesser ist. Sinnvoll ist es, statt des Volumenstroms den Gasmengenstrom Q zu betrachten. Dazu erweitert man Gleichung (16) mit $p(x)$ zu

$$Q = p(x) \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{128 \cdot \eta} \cdot \frac{dp}{dx}. \tag{17}$$

Da die strömende Gasmenge überall längs des Rohrs dieselbe sein muss, ist Q unabhängig von x. Damit ist auch $p(x) \cdot \frac{dp}{dx}$, bzw. $\frac{1}{2} \cdot \frac{dp(x)^2}{dx}$ unabhängig von x. Das heißt, $p(x)^2$ nimmt linear mit x ab. Damit kann man den Ausdruck $p(x) \cdot \frac{dp}{dx}$ in Q ersetzen durch $\frac{(p_1^2 - p_0^2)}{2}$. p_0 und p_1 sind die Drücke am Anfang und am Ende des Rohrs mit Länge l. Mit $\bar{p} = \frac{(p_1+p_0)}{2}$ und $\Delta p = p_1 - p_0$ erhält man

$$Q = \frac{\pi \cdot d^4}{128 \cdot \eta \cdot l} \cdot \bar{p} \cdot \Delta p. \tag{18}$$

Analog zur elektrischen Leitfähigkeit schreibt man auch

$$Q = L \cdot \Delta p, \tag{19}$$

dabei ist

$$L = \frac{\pi \cdot d^4}{128 \cdot \eta \cdot l} \cdot \bar{p} \tag{20}$$

der Leitwert des Rohrs (übliche Einheit: $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$, bzw. $\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{s}}$).

Bei niederen Drücken wird λ vergleichbar mit der Gefäßdimension und Formel (20) wird ungültig. In diesem Molekularströmungsbereich kann man den Leitwert qualitativ angeben, wenn man in Gleichung (20)

$$\eta = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m \cdot d \cdot \bar{c}, \tag{21}$$

(m: Molekülmasse, n: Teilchenzahldichte) einsetzt, d.h. man ersetzt λ durch den Rohrdurchmesser. Quantitativ wurde für den Leitwert die Formel

$$L = \sqrt{\frac{\pi \cdot k_\mathrm{B} \cdot T}{18 \cdot m}} \cdot \frac{d^3}{l} \tag{22}$$

abgeleitet, d.h. L ist jetzt druckunabhängig und der Durchmesser d geht nur noch in der dritten Potenz ein. Für Luft bei 20°C ergibt sich

$$L = 121\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{d^3}{l}. \tag{23}$$

2.4.1 Parallel- und Reihenschaltung

Bei parallel geschalteten Rohren addieren sich die transportierten Gasströme

$$Q_\mathrm{ges} = Q_1 + Q_2 = L_1 \cdot \Delta p + L_2 \cdot \Delta p = (L_1 + L_2) \cdot \Delta p \tag{24}$$
$$L_\mathrm{ges} = L_1 + L_2. \tag{25}$$

Bei Serienschaltung sind die Druckunterschiede zu addieren

$$\Delta p_\mathrm{ges} = \Delta p_1 + \Delta p_2 \tag{26}$$
$$\frac{Q}{L_\mathrm{ges}} = \frac{Q}{L_1} + \frac{Q}{L_2} \tag{27}$$
$$\frac{1}{L_\mathrm{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}. \tag{28}$$

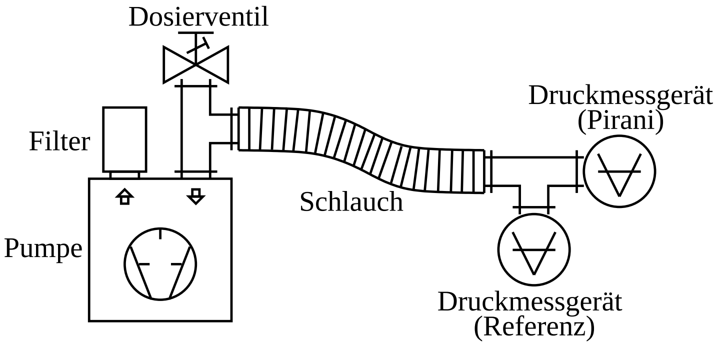

Abbildung 2: Aufbau zur Kalibrierung

2.5 Vakuummanometer

2.5.1 Wärmeleitungsmanometer (Pirani-Manometer)

In der Pirani-Messröhre befindet sich ein dünner Draht (im unserem Versuch: Wolframdraht mit 10 μm Durchmesser). Seine Temperatur und somit sein elektrischer Widerstand wird bei allen Drücken konstant gehalten. Dies geschieht durch Nachregeln des Messstroms durch den Draht durch eine Comparatorschaltung, wobei der Widerstand des Pirani auf einen einstellbaren Vergleichswiderstand geregelt wird. Die zugeführte elektrische Leistung ist daher proportional zur Wärmeleitfähigkeit des Gases. Gemessen wird der jeweils zum Abgleich der Widerstände notwendige Strom I.

2.5.2 Membranmanometer

Bei diesem Messgerät bilden eine drucksensible Membran (z.B. aus $Al_2O_3 -$ Keramik) und eine feste Gegenelektrode einen Plattenkondensator. Verändert sich nun auf Grund einer Druckänderung der Abstand zwischen diesen beiden Platten, so resultiert daraus eine Kapazitätsänderung. Diese druckproportionale Änderung wird in ein entsprechendes elektrisches Messsignal umgewandelt.

3 Versuchsdurchführung

Aufgabe 1: Einstellen des Vergleichswiderstandes
Stecken Sie das Piranimanometer an den linken Eingang am Steuerkasten an. Dann wird die Spannung (in mA) angezeigt, die für einen Strom von 1 mA benötigt wird. Daraus ergibt sich direkt der Widerstand des Drahtes bei Zimmertemperatur. Stellen Sie nun (auf der rechten Seite des Steuerkastens) eien Vergleichswiderstand ein, der 5 bis 10 Ω über diesem Widerstand liegt. Die ganze Zahl der Potentiometereinstellung gibt die 10 Ω-Stelle an. Stecken Sie das Piranimanometer nun am rechten Eingang des Steuergerätes an. Der angezeigte Strom sollte im Bereich von $35-55$ mA liegen.

Aufgabe 2: Kalibrierung des Pirani-Manometers
Die Kalibrierung wird von allen drei Gruppen gleichzeitig durchgeführt.

Verbinden Sie die drei Pirani-Manometer und das Referenzvakuumeter mit einer Pumpe. Abbildung 2 zeigt den korrekten Aufbau. Starten Sie die Pumpe und regeln Sie mit Hilfe des Dosierventils die einströmende Luft. Warten Sie bis sich ein konstanter Druck einstellt. Über das Ventil lassen sich nur Drücke bis zu einem be-

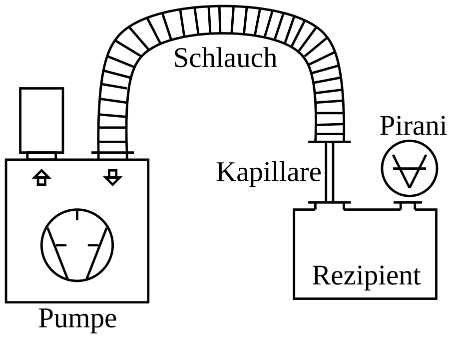

Abbildung 3: Aufbau zur Messung der Auspumpzeit

stimmten Maximaldruck einstellen. Um höhere Drücke zu messen schließen Sie das Ventil wieder und schalten Sie die Pumpe aus. Über das Ventil kann nun Luft eingelassen werden und es werden auch Drücke bis zum Umgebungsdruck erreicht.

Zur Kalibrierung nehmen Sie die Werte des Stroms I des Manometers zu mindestens 20 verschiedenen Drücken auf. Es muss ein Druckbereich von $10^{-2} - 10^{3}$ hPa abgedeckt sein. Beginnend mit dem kleinsten Wert können sie durch die Regelung am Dosierventil zusätzliche Luft einströmen lassen. Notieren Sie mögliche Fehlerquellen und alle Relevanten Daten des Manometers.

Aufgabe 3: Effektives Saugvermögen der Pumpe

Messen Sie die Auspumpzeiten des Messing-Rezipienten mit 3 verschiedenen Verbindungsstücken. Der Aufbau ist in Abbildung 3 dargestellt. Der Messingbehälter hat ein Volumen von $V = (3,0 \pm 0,1)$ l.

Messen Sie das effektive Saugvermögen für

- einen Schlauch mit 25 mm Durchmesser über 2 Minuten
- den Schlauch und eine Kapillare mit $(2,0 \pm 0,1)$ mm Durchmesser und $(9,5 \pm 0,2)$ cm Länge über 8 Minuten
- den Schlauch und eine Kapillare mit $(3,0 \pm 0,1)$ mm Durchmesser und $(9,5 \pm 0,2)$ cm Länge über 6 Minuten

Notieren Sie sich die Werte des Drucks zu sinnvollen Zeitabständen.

Aufgabe 4: Das Saugvermögen der Pumpe

Achtung: Gehen Sie sorgfältig mit dem Glaskolben um und achten Sie auf die korrekte Stellung des Dreiwegehahns!

Messen Sie das Saugvermögen S mit Hilfe eines Kolbenprobers bei mindestens 4 verschiedenen Drücken. Verbinden Sie den Kolbemprober mit der Pumpe wie in Abbildung 4 zu sehen.

Schalten sie die Pumpe ein und stellen Sie mit Hilfe des Dosierventils jeweils einen Druck zwischen 0,5 und 4 hPa ein. Ziehen Sie den Kolben auf 100 ml auf und betätigen Sie den Dreiwegehahn. Messen Sie die Zeit Δt, die benötigt wird um eine Volumenänderung von $\Delta V = 80$ ml zu bewirken. Führen Sie die Messung für jeden gewählten Druck 3 mal durch und bestimmen Sie die Messunsicherheiten.

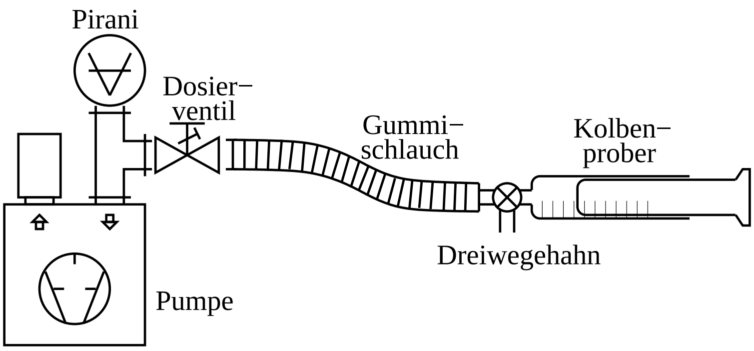

Abbildung 4: Aufbau zur Messung des Saugvermögens

4 Auswertung

Aufgabe 5: Kalibrierkurve

Tragen Sie den gemessenen Druck p sinnvoll gegen den Strom I auf und überlegen Sie sich, wie Sie aus dem gemessenen Strom den Druck berechnen können (Kalibrierkurve). Im allgemeinen wird sich keine Funktion finden lassen, die über den gesamten Druckbereich die Daten beschreibt, Sie müssen dann stückweise geeignete Kurven suchen.

Erstellen Sie einen Graphen, in dem die Leistung P des Manometers gegen den Druck p doppellogarithmisch aufgetragen wird. Beachten Sie hier die Unsicherheit des Drucks.

Bestimmen Sie den Bereich in dem sich die Leistung nahezu proportional zum Druck verhält. Diskutieren Sie die Linearität und die Begrenzung im oberen und unteren Bereich.

Aufgabe 6: Das Saugvermögen der Pumpe

Berechnen Sie für jeden gewählten Druck das Saugvermögen S mit Unsicherheiten. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis und vergleichen Sie es mit der Firmenangabe $S = 3,7\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$.

(Hinweis: Der Normaldruck in Garching beträgt etwa $p_0 = 957$ hPa. Die Saugleistung $Q = d(p \cdot V)/dt$ muss an der Pumpe mit Druck p und am Kolbenprober mit Druck p_0 gleich sein.)

Aufgabe 7: Effektives Saugvermögen der Pumpe

Tragen Sie den Druck gegen die Pumpzeit für alle drei Messungen in *einer* Abbildung halblogarithmisch auf. Bestimmen Sie die logarithmische Steigung der Graphen einzeln, jeweils im Bereiche viskoser und molekularer Strömung.

Berechnen Sie das effektive Saugvermögen mit Hilfe von Gleichung (15) für den Schlauch und *eine* der beiden Kapillaren. Beachten sie hierfür die Bereiche der viskosen und die der molekularen Strömung getrennt.

Bestimmen Sie theoretisch die Leitwerte der Kapillaren und des Schlauches (mit Unsicherheiten) und berechnen Sie das effektive Saugvermögen. Diskutieren und Vergleichen Sie die theoretischen mit den experimentellen Werten. Stimmen die Ergebnisse innerhalb der Unsicherheit überein?

(Hinweis: $\eta_{Luft} = 1,82 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$; Rechnen Sie für die theoretischen Leitwerte im viskosen Bereich mit einem Druck $\bar{p} = 5$ hPa.)

5 Fragen

1. Was charakterisiert die Bereiche von viskoser Strömung, molekularer Strömung?
2. Überlegen Sie sich durch Vergleich mit Ihren Messungen, welchen Druck Sie nach 10 Minuten erwarten können, wenn sie den Rezipienten mit einer Kapillare von 1 mm Durchmesser auspumpen würden.
3. Das beste im Labor erzeugte Vakuum enthielt noch 1 Molekül pro m^3. Welchem Druck entspricht das?