

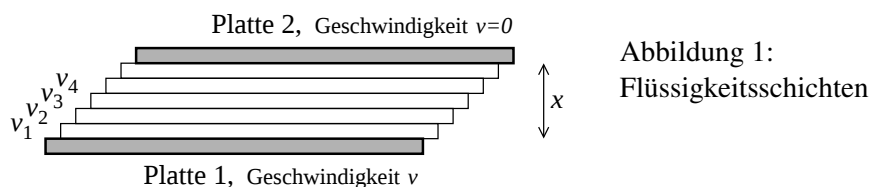
Viskosität (VIS)

Themengebiet: Mechanik

1 Literatur

- L. Bergmann, C. Schäfer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1*, de Gruyter
- D. Meschede, *Gerthsen Physik*, Springer
- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, Teubner

2 Grundlagen



2.1 Definition der Viskosität

Zwischen zwei parallelen, gleich großen Platten im Abstand x befindet sich eine Flüssigkeit (vgl. Abbildung 1). Man denke sich den Raum zwischen den Platten in Flüssigkeitsschichten zerlegt und bewege Platte 1 mit einer konstanten Geschwindigkeit v . Die Flüssigkeit soll an den Platten haften, d.h. die direkt an der ruhenden Platte 2 befindliche Flüssigkeitsschicht ruhe auch und die an der bewegten Platte 1 haftende Schicht habe die Geschwindigkeit v . Die dazwischen befindlichen Flüssigkeitsschichten gleiten dann aneinander vorbei, wobei die Geschwindigkeit von der ruhenden zur bewegten Platte im einfachsten Fall linear zunehme.

Die unterste, an der bewegten Platte haftende Schicht übt eine Tangentialkraft auf die über ihr Liegende aus, die sich als Folge davon mit einer Geschwindigkeit v_1 bewegt. Diese Flüssigkeitsschicht beeinflusst wiederum die über ihr Liegende, die dann die Geschwindigkeit v_2 hat. So beschleunigt jede Schicht die Folgende und wird von dieser nach dem *actio = reactio*-Prinzip gebremst.

Es zeigt sich im Experiment, dass die Kraft F , die nötig ist, um die Platte zu bewegen, proportional ihrer Fläche A und ihrer Geschwindigkeit v und umgekehrt proportional dem Abstand x der Platten ist

$$F = \eta \cdot \frac{A \cdot v}{x} \quad (1)$$

Die Proportionalitätskonstante η heißt *dynamische Viskosität* - meist einfach nur Viskosität genannt - und ist eine Eigenschaft, die auf die innere Reibung der Flüssigkeit zurückzuführen ist. Die Einheit der Viskosität η ist die Pascal-Sekunde

$$1 \text{ Pa s} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \quad (2)$$

In Tabellenwerken findet man auch noch die (alte) Einheit Poise P

$$1 P = 0,1 \text{ Pa s} \text{ bzw. } 1 cP = 1 \text{ mPa s} \quad (3)$$

Tabelle 1: Viskositäten von Flüssigkeiten und Gasen bei 20°C und Normaldruck

Stoff	Viskosität [mPas]
Diäthyläther	0,240
Wasser	1,002
Motoröl	100-600
Glyzerin (rein)	1480 (mit Wasser: Faktor 10 und mehr kleiner)
Luft	0,0182
Wasserstoff	0,0088

Analog zur obigen Herleitung und Definition der Viskosität von Flüssigkeiten lässt sich auch die Viskosität von Gasen erklären. In Tabelle 1 sind die Viskositäten einiger Flüssigkeiten und Gase aufgelistet.

Zu beachten ist, dass die Viskosität einer Flüssigkeit bei Temperaturerhöhung zumeist sinkt, die von Gasen steigt. *Die Angabe eines Viskositätswertes ohne Temperatur ist daher wenig aussagekräftig und sollte in ihrer Auswertung nicht vorkommen!*

Der Quotient von dynamischer Zähigkeit η und Dichte ρ heißt *kinematische Viskosität*

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (4)$$

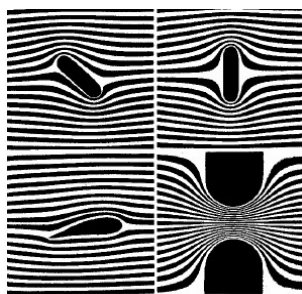
Eine ältere Einheit ist Stokes ($1\text{St} = 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$).

Falls η unabhängig von der Geschwindigkeit v ist, so spricht man von einer *Newtonschen Flüssigkeit* und man erhält das oben angesprochene, lineare Geschwindigkeitsprofil. Newtonsche Flüssigkeiten sind die meisten reinen Flüssigkeiten, z.B. Wasser. Ist η eine nicht konstante Funktion von v , dann heißt die Flüssigkeit nicht-Newtonsch. Des Weiteren gibt es noch so genannte *thixotropen* Flüssigkeiten, deren Viskosität unter dem Einfluss der Schubkraft abnimmt, z.B. Margarine, Ketchup, Rasiercreme und einige Malerfarben. Nicht-Newtonsch und auch nicht thixotrop sind z.B. Honig, Kondensmilch, Druckerschwärze, Kugelschreibertinte, Blut und Motoröl.

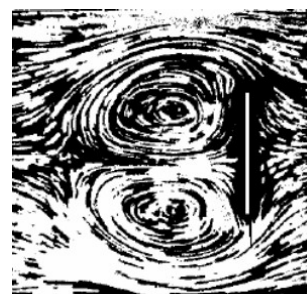
2.2 Laminare und turbulente Strömungen

Wenn die Flüssigkeitsschichten gleichmäßig aneinander vorbeigleiten, so nennt man dies *laminare Strömung* oder auch Schichtströmung. Turbulente Strömungen entstehen an nicht stromlinienförmigen Körpern oder wenn die Flussgeschwindigkeit zu groß wird. Sie zeichnen sich durch das Abreißen von Stromlinie und das Entstehen von Verwirbelungen aus. (Vgl. Abbildung 2)

Als Kriterium für die Geschwindigkeit kann die *Reynoldszahl* verwendet werden.



(a)



(b)

Abbildung 2: Veranschaulichung laminarer Strömung (a) und turbulenter Strömung (b)

$$\text{Re} = \frac{L \cdot \rho_{\text{Flüssigkeit}} \cdot v_{\text{mittel}}}{\eta} \quad (5)$$

L ist die *charakteristische Länge* des Systems. Für Rohrströmungen ist $L = d = 2 \cdot r$ der Innendurchmesser. Am Beispiel der Rohrströmung ist bei einer Reynoldszahl $\text{Re} < 1160$ mit Sicherheit eine laminare Strömung zu finden. Im Bereich $1160 < \text{Re} < 2300$ können Einlaufstörungen zu Verwirbelungen führen. Einlaufstörungen erhöhen den Strömungswiderstand beträchtlich. Bei Größeren Reynoldszahlen herrscht turbulente Strömung im Rohr.

2.3 Das Hagen-Poiseuillesche Gesetz

Die Stromstärke i durch ein Rohr ist umgekehrt proportional zur Viskosität η und zur Länge l , sowie direkt proportional zur Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_2$ an den Rohrenden und zur vierten Potenz des Rohrradius r .

$$i = \frac{V}{t} = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot l} \quad (6)$$

Man kann sich die Flüssigkeitsschichten in einem Rohr wie ineinander gesteckte Zylinder vorstellen. Der Innerste Zylinder besitzt die größte Geschwindigkeit. Lässt man gefärbtes Wasser (z.B. Tinte) hinter klarem Wasser hindurchfließen, so kristallisiert sich ein parabelförmiges Geschwindigkeitsprofil heraus. (Vgl. Abbildung 3).

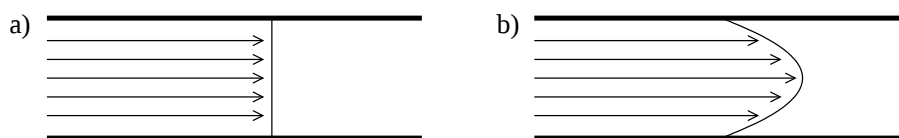


Abbildung 3: Geschwindigkeitsprofile im Rohr

Die Stromstärke i ist gleich der mittlere Strömungsgeschwindigkeit v_{mittel} multipliziert mit dem Querschnitt des Rohres:

$$i = A \cdot v_{\text{mittel}} \quad (7)$$

Im Allgemeinen ist das Hagen-Poiseuillesche Gesetz nur eine Näherung, da es nur unter folgenden idealisierten Bedingungen gilt:

- Stationärer Strom - die Flüssigkeitsteilchen werden nicht beschleunigt, d.h. nur Reibungskräfte und keine Trägheitskräfte
- Randgeschwindigkeit $v = 0$
- inkompressibles Medium, d.h. $\rho = \text{const}$
- konstanter Rohrradius $r = \text{const}$
- laminare Strömung
- Es wirken keine äußeren Kräfte

2.4 Strömungswiderstand

Das Hagen-Poiseuille-Gesetz (6) lässt sich umformen zu

$$\Delta p = W \cdot i \quad \text{mit} \quad W = \frac{8 \cdot \eta l}{\pi \cdot r^4} \quad (8)$$

W heißt *Strömungswiderstand*. Er ist nicht nur abhängig von der Geometrie des Rohrs, sondern auch von der Viskosität der durchströmenden Flüssigkeit. Für Newtonsche Flüssigkeiten ist W gerade die Steigung im Druckdifferenz-Stromstärke-Diagramm $\Delta p(i)$. Den Strömungswiderstand kann man analog zum ohmschen Widerstand in der Elektrizität behandeln. Es entsprechen sich die Druckdifferenz Δp und die Spannung U , die (Volumen)-Stromstärke i und die Stromstärke I , der Strömungswiderstand W und der ohmsche Widerstand R , sowie die Leitwerte $L = \frac{1}{W}$ und $L = \frac{1}{R}$. Bei Parallelschaltungen ergibt sich der Gesamtleitwert aus der Summe der Einzelleitwerte, bei Reihenschaltungen der Gesamtwiderstand als Summe der Einzelwiderstände.

2.5 Das Stokessche Gesetz

Bei der Bewegung eines Körpers in einer Flüssigkeit spielt die Viskosität ebenfalls eine zentrale Rolle. Betrachtet man z.B. eine Kugel mit Radius r , die in einem unendlich ausgedehnten, zähen Medium mit konstanter Geschwindigkeit v nach unten fällt, so wirken wie in Abbildung 4 folgende Kräfte

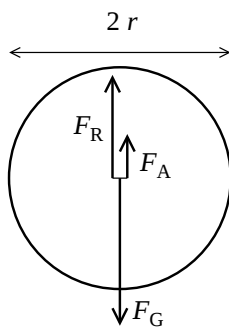


Abbildung 4:
Kräfte auf eine fallende Kugel im zähen Medium

1. Gravitationskraft: $F_G = m \cdot g$
2. Auftriebskraft: $F_A = V_{\text{Kugel}} \cdot \rho_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g$
3. Reibungskraft: F_R , welche immer der Bewegung entgegen gerichtet ist

Die Reibungskraft lässt sich über die *Stokessche Formel*

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad (9)$$

berechnen, sofern laminare Strömung herrscht. Dies heißt hier, dass im Unterschied zur Rohrströmung für die Reynoldszahl gelten muss: $Re < 1$. Der Umschlagpunkt von laminarer zur turbulenten Strömung ist extrem abhängig von der Geometrie der betrachteten Objekte.

Im Kräftegleichgewicht gilt

$$|F_G| = |F_A| + |F_R| \quad (10)$$

und mit Gleichung (9) ergibt sich für die dynamische Viskosität

$$\eta = \frac{2 \cdot r^2 \cdot g}{9 \cdot v} (\rho_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Flüssigkeit}}) \quad (11)$$

Bewegt sich die Kugel nicht in einem unendlich ausgedehnten Medium, sondern in einem unendlich langen Zylinder mit dem Radius R , so muss zum Berechnen von η eine korrigierte Formel benutzt werden

$$\eta = \frac{2 \cdot r^2 \cdot g}{9 \cdot v \cdot \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}\right)} (\rho_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Flüssigkeit}}) \quad (12)$$

Für einen endlich langen Zylinder kommen weitere, kleinere Korrekturen dazu, die aber hier vernachlässigt werden sollen.

3 Versuchsaufbau

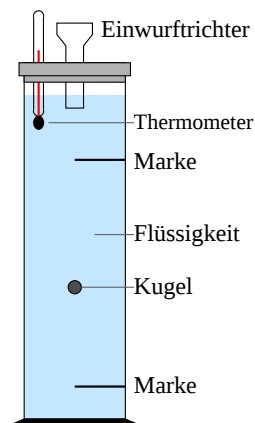


Abbildung 5:
Kugelfallviskosimeter

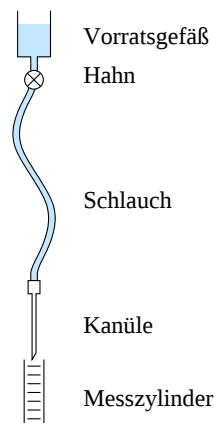


Abbildung 6:
Kapillarviskosimeter

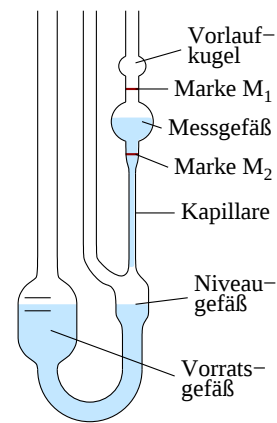


Abbildung 7:
Ubbelohde-Viskosimeter

3.1 Kugelfallviskosimeter

Als Fallrohr für die Kugelfallviskosimetrie wird ein durchsichtiger Zylinder mit zwei Messmarken verwendet, in dem sich die zu untersuchende Flüssigkeit befindet. Der Einwurftrichter sorgt dafür, dass die Falllinie der Kugeln möglichst gut mit der Zylinderachse zusammenfällt (s. Abbildung 5).

In diesem Versuch werden Kugeln aus Glas verwendet, deren Größe (Durchmesser) mit einem Messschieber und deren Masse mit einer Analysenwaage bestimmt werden müssen. Weiteres Versuchszubehör sind ein Aräometer zur Bestimmung der Flüssigkeitsdichte, Thermometer, Handstoppuhr und Metermaß.

3.2 Kapillarviskosimeter mit Injektionskanüle

Als Kapillaren werden bei diesem Versuchsteil medizinische Injektionskanülen verwendet, die es in vielerlei Ausführungen gibt.

Aus einem in der Höhe verschiebbaren Gefäß läuft die Flüssigkeit durch einen Schlauch und einen Hahn bis zur Kanüle (s. Abbildung 6). Die Höhendifferenz zwischen Flüssigkeitsspiegel im Vorratsgefäß und Kanüle ist ein Maß für den Druck. Die Volumenstromstärke durch die Kanüle bestimmt man durch Messen des in einer bestimmten Zeit ausströmenden Flüssigkeitsvolumens. Bestimmt man noch Länge und Durchmesser der Kanüle, so verfügt man über alle Daten, um die Viskosität der Flüssigkeit berechnen zu können.

3.3 Viskosimeter nach Ubbelohde

Bei diesem Gerät handelt es sich um ein Präzisionsviskosimeter. Das Funktionsprinzip entspricht dabei dem eines Kapillarviskosimeters (s. Abbildung 7). Aus dem Messgefäß läuft die Flüssigkeit durch die Kapillare in das Niveaugefäß. Man misst die Zeit, in der der Flüssigkeitsspiegel von der Messmarke M_1 bis zur Messmarke M_2 fällt. Durch diese Markierungen ist sowohl das Durchflussvolumen der Probe als auch der mittlere Druckunterschied festgelegt. Das Gerät ist so geeicht, dass man durch Multiplikation der gemessenen Zeit t mit der Gerätekonstanten K (Einheit cSt/s) die kinematische Viskosität erhält

$$\nu = K \cdot t \quad (13)$$

Mit der Dichte der Flüssigkeit kann dann die dynamische Viskosität η berechnet werden.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Viskosimeter nach Ubbelohde

Dieser Versuch wird von allen Gruppen gemeinsam durchgeführt.

Dieser Versuch wird bei Raumtemperatur durchgeführt.

Die Prüfflüssigkeit wird in das Vorratsgefäß gefüllt bis sie zwischen den beiden Marken steht. Kontrollieren Sie die korrekte vertikale Position der Messkapillare im Viskosimeter. Verschließen Sie das Druckausgleichsrohr (mittleres Rohr) mit dem Finger und saugen Sie mit der Wasserstrahlpumpe die Flüssigkeit in die Vorlaufkugel. Schalten Sie die Pumpe ab und trennen Sie die Schlauchverbindung zwischen Pumpe und Viskosimeter. Öffnen Sie erst *danach* das Druckausgleichsrohr wieder!

Jeder Teilnehmer misst nun die Durchflusszeit zwischen den Marken M_1 und M_2 . Bilden Sie aus allen Einzelmessungen den Mittelwert inklusive der Typ-A-Unsicherheit.

Notieren Sie die Temperatur im Temperiermantel.

Schalten Sie am Ende des Versuchs den Thermostaten ab und notieren Sie sich die Gerätekonstante K des Viskosimeters.

Auswertung im Praktikum:

Berechnen Sie die kinematische Viskosität ν nach Gleichung (13) und daraus die dynamische Viskosität η nach Gleichung (4). Vergleichen Sie die Werte mit den Literaturwerten zu den gegebenen Temperaturen aus Abbildung 8.

4.2 Kugelfallviskosimeter

Wählen Sie eine Kugelgröße und suchen Sie mindestens zehn Kugeln gleicher Größe. Bestimmen Sie die Masse der Kugeln und die genaue Größe. Vergewissern Sie sich, dass Sie alle Größen messen um die Viskosität zu bestimmen.

Lassen Sie die Kugeln nun im Fallrohr fallen und messen Sie die Zeit, die die Kugel benötigt um die Strecke zwischen den Markierungen zu überwinden.

Entfernen Sie die Kugeln mit Hilfe des Auffangesiebes und reinigen Sie mit destilliertem Wasser.

Bestimmen Sie die Dichte der Flüssigkeit mit dem Aräometer.

Überlegen Sie sich zu allen Messgrößen, welche Unsicherheiten zu berücksichtigen sind.

4.3 Kapillarviskosimeter

Sie erhalten vom Betreuer zwei Kanülen. Notieren Sie sich alle wichtigen Daten.

Befestigen Sie die Kanüle am Ende des Schlauchs. Überprüfen Sie, ob das Vorratsgefäß ausreichend gefüllt ist.

Messen Sie den Höhenunterschied zwischen Flüssigkeitsspiegel und der Kanüle.

Um die Flüssigkeitsmenge zu bestimmen, die während des Versuchs durch die Kanüle fließt, wiegen sie vor und nach dem Versuch das Gewicht des Messzylinders. Das Volumen lässt sich mit der Dichte des Wassers und dem Massenunterschied bestimmen. Wiederholen sie diesen Vorgang für *mindestens vier deutlich unterschiedliche Höhen* (also insgesamt mindestens fünf Höhen). Sie können dabei die Stativstange vollständig ausnutzen.

Analog dazu wiederholen Sie den Versuch für die zweite Kanüle.

Nachdem Sie alle nötigen Messgrößen bestimmt haben, können Sie die Kanüle mit einem Feuerzeug erhitzen und den Plastikanschluss abziehen. Messen Sie die Länge l der Kanüle mit einem Messschieber und den Innendurchmesser d am Mikroskop. Beachten Sie den Maßstab des Messmikroskops!

Bestimmen sie die Unsicherheiten für l und d .

Achtung: Gebrauchte Kanülen dürfen **nicht** in den normalen Papierkorb geworfen werden! Es existiert ein spezieller Müllbehälter.

5 Versuchsauswertung

5.1 Kugelfallviskosimeter

Berechnen Sie die dynamische Viskosität des Glyzerin-Wasser-Gemischs bei Raumtemperatur nach den Gleichungen (11) und (12). Vergleichen Sie die Viskosität mit und ohne Korrekturfaktor mit Literaturangaben (z.B. Abbildung 9). Stellen Sie eine vollständige Fehlerrechnung auf und geben Sie die errechneten Unsicherheiten beim jeweiligen Ergebnis mit an.

Berechnen Sie die Reynoldszahl und bestimmen sie die Strömungsart.

Überlegen Sie sich für die Fehlerrechnung für *jede* Größe *alle* zu berücksichtigenden Unsicherheiten.

Geben Sie für Gleichung (11) *explizit* die partiellen Ableitungen an und vereinfachen Sie diese soweit wie möglich!

Für Gleichung (12) skaliert die Unsicherheit ungefähr mit $\frac{1}{(1+2,4\frac{r}{R})}$. Diese Rechnung muss nicht explizit angegeben werden. Korrekturen durch die geänderte Ableitung nach r und die Unsicherheit von R fallen praktisch nicht ins Gewicht.

5.2 Kapillarviskosimeter

Tragen Sie grafisch die zu den jeweiligen Stromstärken gehörigen Druckdifferenzen auf. Zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Punkte und bestimmen Sie deren Steigung inklusive Unsicherheit. Mit der Steigung hat man den Strömungswiderstand W bestimmt. Die Auswertung über die Steigung hat zwei Vorteile: zum einen wird dabei ein Mittelwert gebildet, zum anderen werden Unsicherheiten, die sich als Konstante zum Druck addieren (z.B. von der Oberflächenspannung herrührende Anteile oder eine ungenaue Ableseposition), eliminiert.

Berechnen Sie die Viskosität mit Hilfe der Gleichung (8) und deren Unsicherheit. Vergleichen Sie Ihre Werte mit den Literaturwerten.

5.3 Viskosimeter nach Ubbelohde

Diskutieren Sie die Ergebnisse unter Berücksichtigung Ihrer Ergebnisse aus 5.2 und vergleichen Sie mit Literaturwerten!

6 Fragen

1. Welche Viskosität der Luft berechnen Sie aus der Höchstgeschwindigkeit eines Fallschirmspringers im freien Fall (ca. $200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$)? Machen Sie ergänzende Annahmen. Was fällt Ihnen auf? Berechnen Sie die Reynoldszahl!
2. Berechnen Sie die Reynoldszahl bei normaler Atmung durch die Nase, indem Sie den Radius der Nasenlöcher schätzen. Bei normaler Ruheatmung atmet man ca. 15 mal pro Minute jedes Mal ca. 0,5 Liter Luft (Dichte von Luft $\rho_{\text{Luft}} = 1,29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). Versuchen Sie abzuschätzen, ob bei verstärkter Atmung turbulente Strömung in den Nasenlöchern erreicht wird.

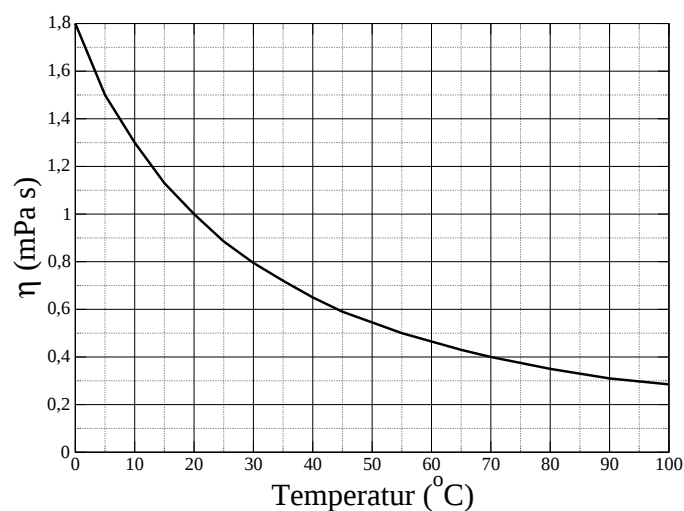


Abbildung 8: Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Wasser

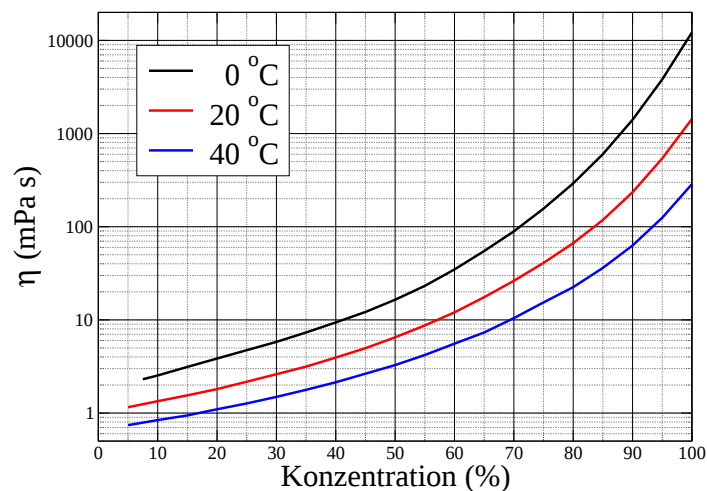


Abbildung 9: Abhängigkeit der Viskosität eines Glycerin-Wasser-Gemischs von der Glycerinkonzentration